



# *Il Non-Life Underwriting Risk: l'utilità di un modello interno*

***Salvatore Forte***  
*Partner, Crenca & Associati*

*Milano, 7 Luglio 2011*



- Il Non-Life Underwriting Risk
- Un modello interno per il Premium Risk
- Conclusioni

### Direttiva 2009/138/CE Art. 101-104:

Il requisito patrimoniale di solvibilità è calibrato in modo da garantire che siano presi in considerazione **tutti i rischi quantificabili** cui è esposta un'impresa di assicurazione o di riassicurazione.

Esso copre l'attività esistente nonché le nuove attività che si prevede vengano iscritte nel corso dei dodici mesi successivi. Per quanto riguarda l'attività esistente, esso copre unicamente le perdite inattese.

Il requisito patrimoniale di solvibilità corrisponde al **Valore a rischio** (*Value at risk*) dei fondi propri di base dell'impresa di assicurazione o di riassicurazione soggetto ad un **livello di confidenza del 99,5%** su un periodo di **un anno**.

**Art. 101-104:**

Il requisito patrimoniale di solvibilità di base comprende moduli di rischio individuali aggregati considerando opportuni **coefficienti di correlazione**:

- a) il rischio di sottoscrizione per l'assicurazione non vita (**SCR<sub>nl</sub>**);
- b) il rischio di sottoscrizione per l'assicurazione vita (**SCR<sub>life</sub>**);
- c) il rischio di sottoscrizione per l'assicurazione malattia (**SCR<sub>health</sub>**);
- d) il rischio di mercato (**SCR<sub>mkt</sub>**);
- e) il rischio di inadempimento della controparte (**SCR<sub>def</sub>**);
- f) il rischio operativo (**SCR<sub>op</sub>**).

$$BSCR = \sqrt{\sum_{ij} Corr_{ij} \times SCR_i \times SCR_j} + SCR_{intangible}$$

Il modulo del Non-Life Underwriting Risk ha l'obiettivo di valutare il costo del capitale necessario per far fronte alle seguenti 4 fonti di rischio:

1. **PREMIUM RISK:** rappresenta il rischio di tariffazione derivante dai contratti da sottoscrivere (inclusi i rinnovi) nell'anno successivo e ai rischi ancora in vigore sui contratti esistenti, ovvero il rischio che i premi relativi ai nuovi contratti più la riserva premi iniziale siano insufficienti a coprire il costo dei sinistri più le spese generate dei contratti.

In tale rischio è implicitamente ricompreso anche il rischio spese (Expense Risk) legato alla volatilità dell'ammontare delle spese pagate. Nelle TS del QIS5 viene specificato che tale rischio può risultare particolarmente rilevante per alcune LoB.

2. **RESERVE RISK:** rappresenta il rischio di riservazione derivante dalle oscillazioni dei pagamenti sinistri sia nel timing che nell'importo. In pratica fa riferimento al rischio di insufficienza della riserva sinistri accantonata alla data di valutazione rispetto ad un orizzonte temporale di 1 anno.

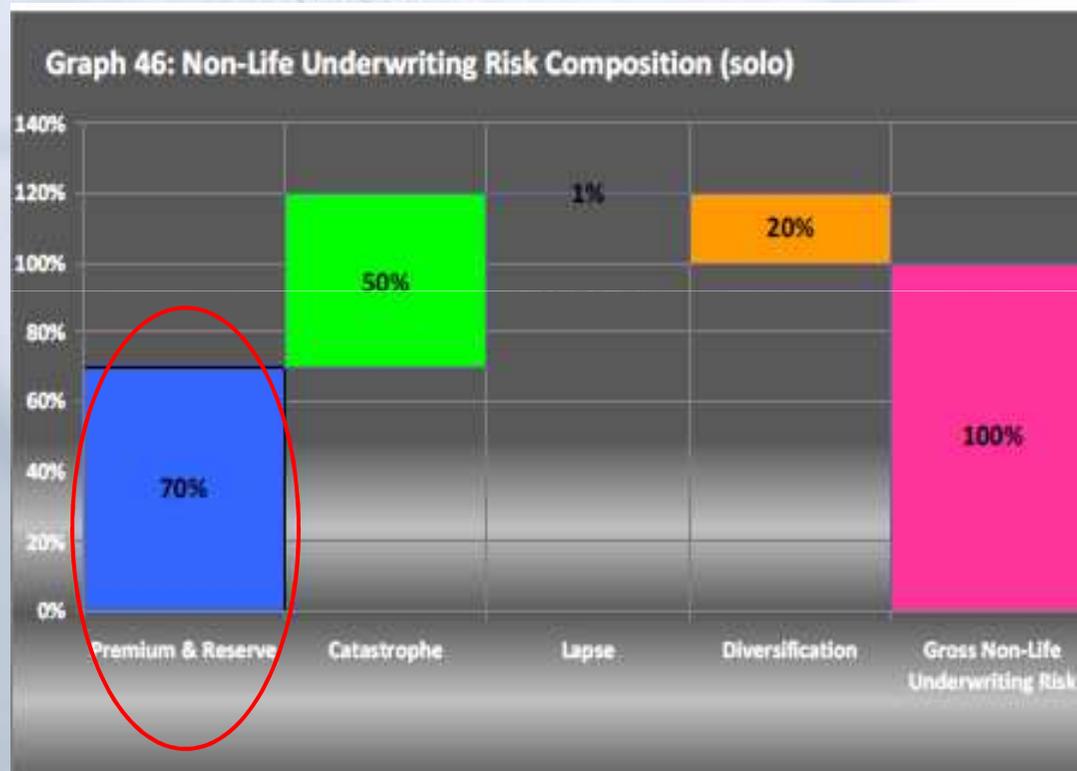
Il modulo del Non-Life Underwriting Risk ha l'obiettivo di valutare il costo del capitale necessario per far fronte alle seguenti 4 fonti di rischio:

- LAPSE RISK:** rappresenta il rischio derivante dall'esercizio di opzioni da parte degli assicurati eventualmente contenute nei contratti non-life, quali ad esempio l'opzione di rescindere il contratto prima della scadenza pattuita.

In particolare, per i contratti in cui sono previste tali opzioni il rischio in esame è insito nel calcolo della Riserva Premi, laddove i tassi di esercizio di tali opzioni ipotizzati possano poi risultare non corretti.

- CAT RISK:** rappresenta il rischio di perdite o di variazioni sfavorevoli nel valore delle passività assicurative derivanti dall'elevata incertezza nelle ipotesi per la determinazione dei premi e per la costituzione di riserve tecniche a causa di eventi estremi o eccezionali. E' legato sia a catastrofi naturali (Nat Cat) sia a catastrofi provocate dall'uomo (Man Made).

*EIOPA Report on the Fifth Quantitative Impact Study (QIS5) for Solvency II*  
*Composizione **Non Life Underwriting Risk** :*



$$NL_{pr} = \rho(\sigma) \cdot V$$

$\rho(\sigma)$  : trasformazione, stimata considerando una LogNormale al 99.5 quantile, è una misura di rischio di tipo *VaR*. Approssimativamente  $\rho(\sigma)$  è pari a circa  $3 \cdot \sigma$

$$\rho(\sigma) = \frac{\exp(N_{0.995} \cdot \sqrt{\log(\sigma^2 + 1)})}{\sqrt{\sigma^2 + 1}} - 1$$

$V$  : misura di volume complessiva pari alla somma dei volumi delle singole *LoB* (sia Premi che Riserve), ed eventualmente corretto per effetto della diversificazione

$\sigma$  : variabilità complessiva dovuta a Premium&Reserve, ottenuta mediante l'aggregazione (basata su una matrice di correlazione lineare) delle singole *LoB*

## Utile al lordo della riassicurazione

- $U_{LR,i} = P_i - (X_i + E_i)$  : utile tecnico della LOB  $i$ 
  - $P_i$ : premi della LOB  $i$
  - $X_i = \sum_{k=1}^{N_i} Y_k$  : risarcimenti al lordo della riass. per la LOB  $i$
  - $E_i$ : spese della LOB  $i$
- $U_{LR} = P - (X + E)$  : utile tecnico del portafoglio
  - $P = \sum_{i=1}^n P_i$ : premi del portafoglio
  - $X = \sum_{i=1}^n X_i$  : risarcimenti al lordo della riass. del portafoglio
  - $E = \sum_{i=1}^n E_i$ : spese del portafoglio

## Utile al netto della riassicurazione

- $U_{NR,i} = (P_i - P_{R,i}) - (X_i - X_{R,i} + E_i)$ 
  - $P_{R,i}$ : premi pagati alla riass. della LOB  $i$
  - $X_{R,i} = \sum_{l=1}^{N_{R,i}} Y_{N,l}$ : risarcimenti a carico della riass. per la LOB  $i$
- $U_{NR} = (P - P_R) - (X - X_R + E)$ : utile tecnico del portafoglio netto riass.
  - $P_R = \sum_{i=1}^n P_{R,i}$ : premi pagati alla riass. per il portafoglio
  - $X = \sum_{i=1}^n X_i$ : risarcimenti al lordo della riass. del portafoglio
  - $E = \sum_{i=1}^n E_i$ : spese del portafoglio

## Le ipotesi del modello per singola LOB

### Distribuzioni di probabilità

- Il numero dei sinistri → Binomiale Negativa
- L'importo del singolo sinistro → LogNormale
- Le Spese → LogNormale

### Riassicurazione

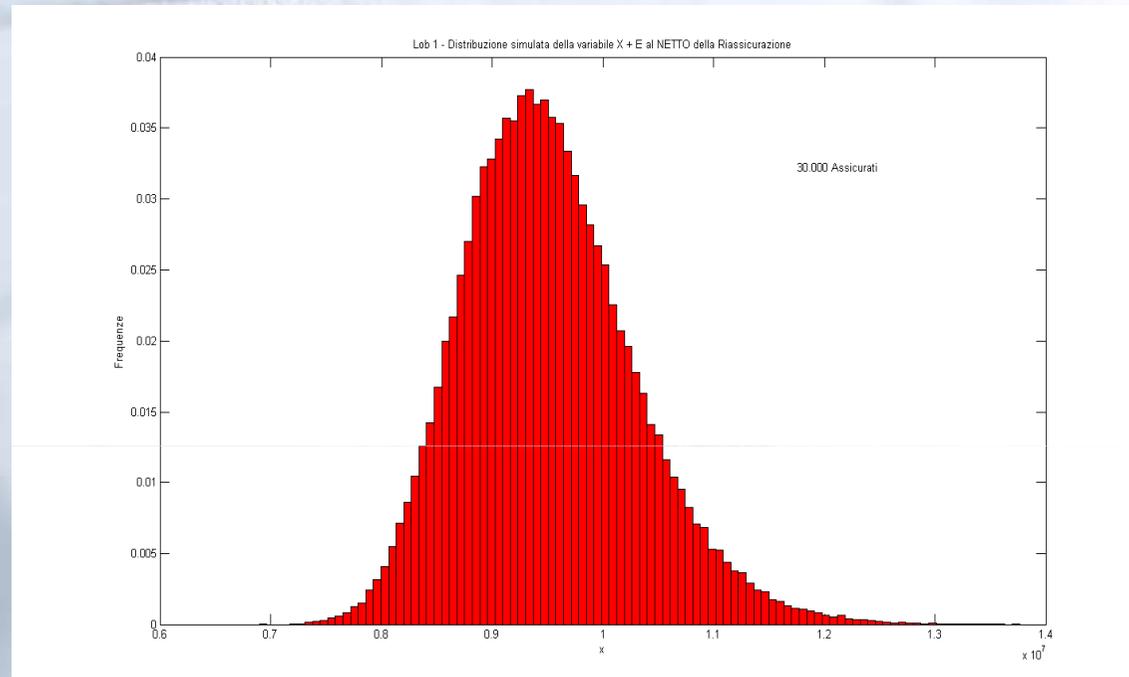
- Eccesso di sinistro per la LOB 1 (RCA)
  - Priorità: 1.500.000
  - Portata: 33.500.000

## **Processo simulativo per singola LOB per la distribuzione dei costi e delle spese**

- 1. Fisso il numero di simulazioni**
- 2. Fisso il numero di assicurati**
- 3. Simulo il numero di sinistri del portafoglio**
- 4. Simulo l'importo di ogni singolo sinistro al lordo della riassicurazione**
- 5. Applico la copertura riassicurativa e determino l'importo al netto della riassicurazione**
- 6. Sommo i singoli importi al netto della riassicurazione e determino un valore per il costo aggregato al netto della riassicurazione**
- 7. Simulo le spese**
- 8. Sommo il costo aggregato alle spese**
- 9. Ripeto l'algoritmo per il numero di simulazioni**
- 10. Determino la distribuzione dei costi e delle spese**

## Le ipotesi e le risultanze per la LOB 1 (RCA)

NA	20.000	30.000	40.000
$\alpha$ (CAR. PE)	20,00%	20,00%	20,00%
$\beta$ (PERC. PR)	1,00%	1,00%	1,00%
$E(Nr_1)$	7,86%	7,86%	7,86%
$VAR(Nr_1)$	8,50%	8,50%	8,50%
$E(Y_1)$	3.364	3.364	3.364
$VAR(Y_1)$	229.187.505	229.187.505	229.187.505
$DS(Y_1)$	15.139	15.139	15.139
$E(X_1)$	5.291.401	7.937.102	10.582.803
$VAR(X_1)$	379.710.150.189	569.565.225.283	759.420.300.378
$E(E_1)=20\%*E(X_1)$	1.058.280	1.587.420	2.116.561
$DS(E_1)=20\%*E(E_1)$	211.656	317.484	423.312
$E(X_1+E_1)$	6.349.682	9.524.522	12.699.363
$VAR(X_1+E_1)$	424.508.434.436	670.361.364.838	938.613.437.365
$E(X_1, NR)$	5.280.900	7.921.200	10.568.000
$VAR(X_1, NR)$	327.504.398.400	495.404.822.500	657.396.640.000
$PREMI(1)=(1+\alpha)*E(X_1)$	6.349.682	9.524.522	12.699.363
$PREMI(1, NR)=(1-\beta)*PREMI(1)$	6.286.185	9.429.277	12.572.369

**Il costo aggregato e spese per la LOB 1 (RCA) – NA: 30.000, NR**

$$\text{PREMI}(1, \text{NR}) = (1 - \beta) * \text{PREMI}(1)$$

9.429.277

$$\text{VAR}(99,5\%, X_1 + E_1, \text{NR})$$

11.930.000

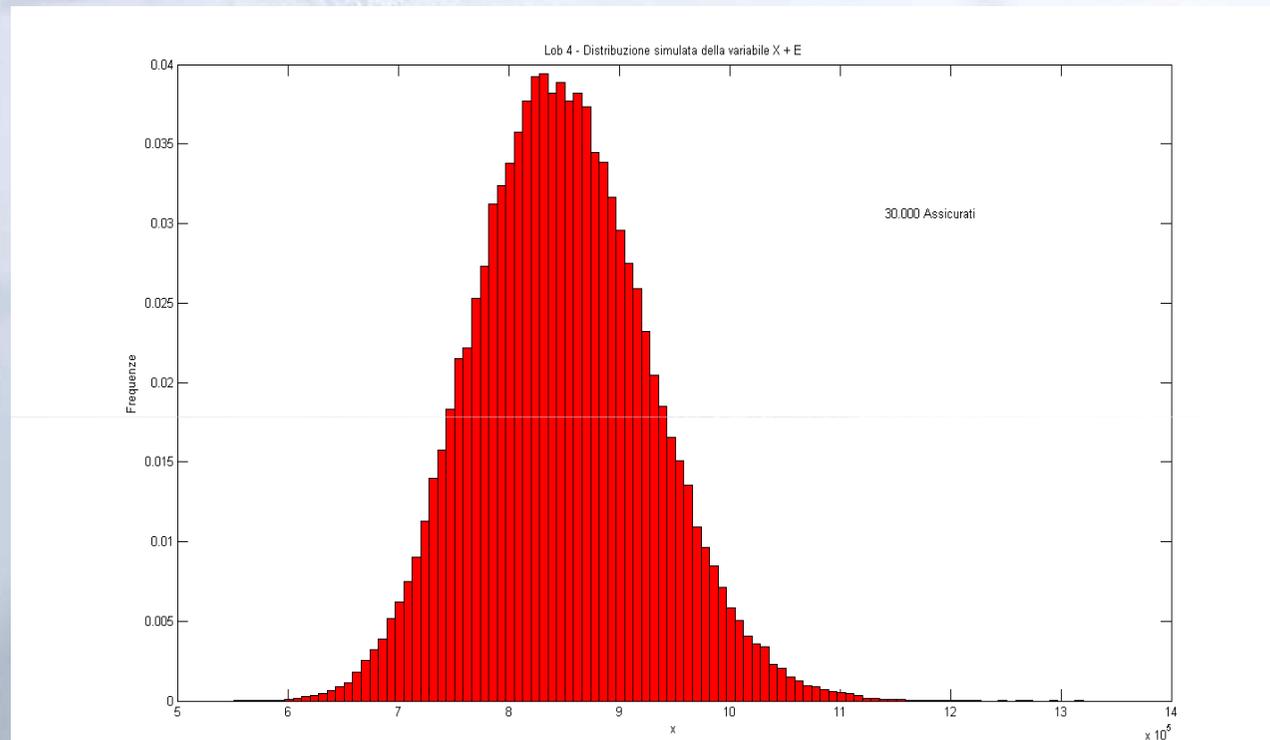
$$\text{SCR}(1, \text{NR})$$

2.500.723

## Le ipotesi e le risultanze per la LOB 4 (INCENDIO ED ADB)

NA	20.000	30.000	40.000
$\alpha$ (CAR. PE)	20,00%	20,00%	20,00%
$E(Nr_4)$	0,76%	0,76%	0,76%
$VAR(Nr_4)$	0,86%	0,86%	0,86%
$E(Y_4)$	3.093	3.093	3.093
$VAR(Y_4)$	12.653.902	12.653.902	12.653.902
$DS(Y_4)$	3.557	3.557	3.557
$E(X_4)$	471.307	706.961	942.614
$VAR(X_4)$	3.573.993.924	5.360.990.885	7.147.987.847
$E(E_4)=20\%*E(X_4)$	94.261	141.392	188.523
$DS(E_4)=20\%*E(E_4)$	18.852	28.278	37.705
$E(X_4+E_4)$	565.568	848.353	1.131.137
$VAR(X_4+E_4)$	3.929.402.432	6.160.660.030	8.569.621.881
$PREMI(4)=(1+\alpha)*E(X_4)$	565.568	848.353	1.131.137

## Il costo aggregato e spese per la LOB 4 (INCENDIO ED ADB) – NA: 30.000 LR



$$\text{PREMI}(4) = (1 + \alpha) * E(X_4)$$

848.353

$$\text{VAR}(99,5\%, X_4 + E_4)$$

1.068.900

$$\text{SCR}(4)$$

220.547

## Le ipotesi del modello per il portafoglio

- **Distribuzioni di probabilità**
  - **Costo Sinistri Aggregato + Spese → LogNormale**
  - **Correlazione lineare tra le LOB: 0,25**

### SCR – LOB (1+4) Netto Riassicurazione

		SCR(1+4,MI,NR)/PREMI(1+4)		
		20.000	30.000	40.000
MI	NA			
	SCR/PREMI	38%	34%	31%
	E(CR) - $\alpha=10\%$	109%	110%	110%
	SCR/PREMI	27%	22%	20%
	E(CR) - $\alpha=20\%$	101%	101%	101%
	SCR/PREMI	18%	13%	11%
	E(CR) - $\alpha=30\%$	94%	93%	93%
QIS5	SCR/PREMI	25%	25%	25%

- L'impresa ha la possibilità di determinare il parametro  $\sigma$  per ogni singolo ramo mediante dei metodi standardizzati (forniti dal CEIOPS) applicati ai parametri dell'impresa.
- L'applicazione di tali metodi sarà possibile (quando Solvency II entrerà in vigore) solamente attraverso l'approvazione dei parametri da parte dell'autorità di vigilanza e utilizzando dati interni o esterni che soddisfino i criteri di completezza, accuratezza e adeguatezza indicati dal CEIOPS (Appendice O, TS QIS5).
- La standard deviation  $\sigma$  relativa al singolo ramo è ottenuto ponderando mediante un apposito coefficiente di credibilità  $c$ , variabile per ramo ed in funzione del numero di anni per i quali si hanno i dati a disposizione, il  $\sigma_U$  ottenuto mediante i metodi standardizzati e  $\sigma_M$  pari al volatility factor market-wide:

$$\sigma_{(prem,lob)} = c \cdot \sigma_{(U,prem,lob)} + (1 - c) \cdot \sigma_{(M,prem,lob)}$$

- Per tutti i rami sono necessari dati relativi ad almeno 5 anni ( $N_{lob} > 4$ ). Si ottiene una credibilità piena (pari al 100%) in presenza di almeno 15 anni per i rami R.C., Credito e Cauzione, con almeno 10 anni per gli altri rami:

R.C. Generale, R.C.Auto, Credito e Cauzione	$N_{lob}$	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	$\geq 15$
	C	34%	43%	51%	59%	67%	74%	81%	87%	92%	96%	100%

Altri rami	$N_{lob}$	5	6	7	8	9	$\geq 10$
	C	34%	51%	67%	81%	92%	100%

Il Metodo si basa sull'ipotesi che il Costo Sinistri Aggregato dei sinistri sia descrivibile dal seguente modello basato su una componente attesa e su una componente di variabilità funzione funzione di un termine di errore  $\epsilon$ . Ipotizza inoltre che la stima del parametro  $\beta$  sia effettuata mediante i minimi quadrati.

Valore atteso pari al volume dell'anno per il loss-ratio atteso

Componente di variabilità dove  $\epsilon$  è una variabile aleatoria con media 0 e varianza 1

$$U_{Y,LoB} \sim V_{Y,LoB} \mu_{LoB} + \sqrt{V_{Y,LoB}} \beta_{LoB} \epsilon_{Y,LoB}$$



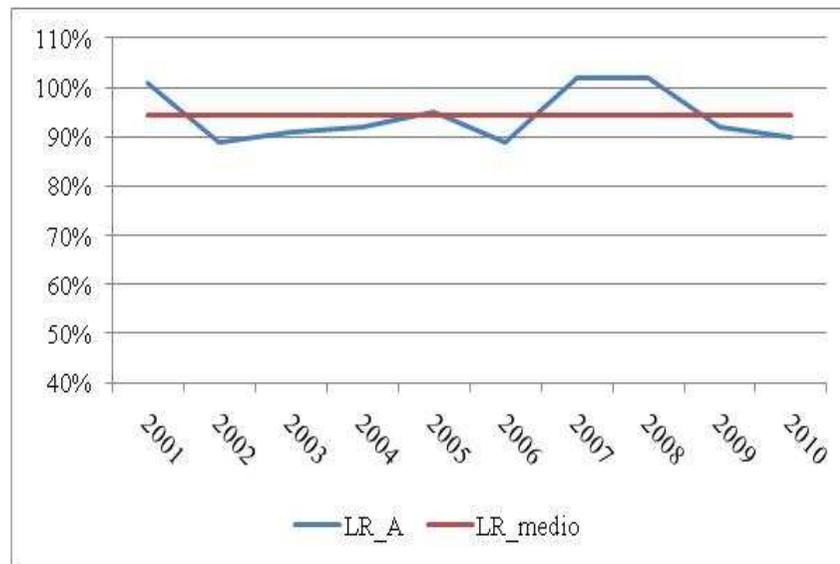
$$\sigma_{(U, prem, Lob)} = \frac{\hat{\beta}_{LoB}}{\sqrt{V_{LoB}}}$$

$V_{LoB}$  = max (stima dei premi emessi netti per l'anno successivo, stima dei premi di competenza netti per l'anno successivo, premi emessi netti dell'anno trascorso) più valore attuale atteso del costo sinistri netti e delle spese per sinistri che accadranno dopo l'anno successivo e coperti da contratti esistenti alla data di valutazione.

$$\hat{\beta}_{LoB} = \sqrt{\frac{1}{N_{LoB} - 1} \sum_Y \frac{\left( U_{Y,LoB} - V_{Y,LoB} \frac{\sum_Y U_{Y,LoB}}{\sum_Y V_{Y,LoB}} \right)^2}{V_{Y,LoB}}}$$



USP con metodo 1 per LOB 1 - esempio A – NA 40.000



ANNO	Earned Premium VY,lob	Ultimate Posted After One Year UY,lob	LR
2001	8.498.571	8.583.557	101%
2002	8.761.414	7.797.658	89%
2003	9.032.385	8.219.470	91%
2004	9.311.737	8.566.798	92%
2005	9.599.729	9.119.743	95%
2006	9.896.628	8.807.999	89%
2007	10.202.709	10.406.763	102%
2008	10.518.257	10.728.622	102%
2009	10.843.564	9.976.079	92%
2010	11.178.932	10.061.039	90%
2011	11.524.672		

**Media Ponderata 94%**



V <sub>lob</sub>	11.524.672
Data points N <sub>lob</sub>	10
Loss ratio μ <sub>lob</sub>	94%

Calculation of Beta		
Year	V <sub>Y,lob μlob</sub>	$\frac{(U_{Y,lob} - V_{Y,lob} \mu_{lob})^2}{V_{Y,lob}}$
2001	8.014.231	38.139,54
2002	8.262.094	24.619,41
2003	8.517.623	9.841,79
2004	8.781.054	4.929,88
2005	9.052.633	469,14
2006	9.332.612	27.809,34
2007	9.621.249	60.477,32
2008	9.918.814	62.347,75
2009	10.225.581	5.740,86
2010	10.541.836	20.678,75
2011		



$$\hat{\beta}_{LoB} = \sqrt{\frac{1}{N_{LoB} - 1} \frac{\sum_Y \left( U_{Y,LoB} - V_{Y,LoB} \frac{\sum_Y U_{Y,LoB}}{\sum_Y V_{Y,LoB}} \right)^2}{\sum_Y V_{Y,LoB}}}$$

Beta β <sup>lob</sup>	168,34
-----------------------	--------

$$\sigma_{(U, prem, Lob)} = \frac{\hat{\beta}_{LoB}}{\sqrt{V_{LoB}}}$$

Final sigma σ <sub>(u,prem,lob)</sub>	4,96%
---------------------------------------	-------



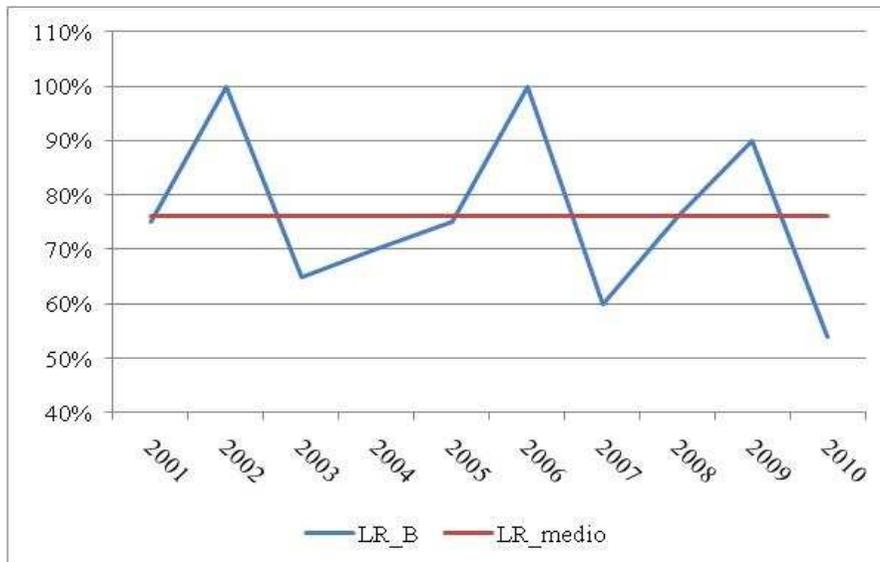
Final sigma σ <sub>(u,prem,lob)</sub>	4,96%
N(lob)	10
Standard gross factor σ <sub>(M,prem,lob)</sub>	10,00%
Undertaking NP <sub>lob</sub>	93,30%
Credibility factor c	74,00%
USP - LOB <sub>1</sub>	6,10%

$$\sigma_{(prem,lob)} = c \cdot \sigma_{(u,prem,lob)} + (1-c) \cdot \sigma_{(M,prem,lob)} \cdot NP$$

		SCR <sub>(1+4,MI,NR)/PREMI<sub>(1+4)</sub></sub>
	NA	40.000
MI	SCR/PREMI	31%
	E(LR) - α=10%	92%
QIS <sub>5</sub>	SCR/PREMI	25%
QIS <sub>5</sub> (USP <sub>1_A</sub> )	SCR/PREMI	16%



USP con metodo 1 per LOB 1 – esempio B – NA 40.000



ANNO	Earned Premium VY,lob	Ultimate Posted After One Year UY,lob	LR
2001	10.043.766	7.532.824	75%
2002	10.354.398	10.354.398	100%
2003	10.674.637	6.938.514	65%
2004	11.004.780	7.703.346	70%
2005	11.345.134	8.508.851	75%
2006	11.696.015	11.696.015	100%
2007	12.057.747	7.234.648	60%
2008	12.430.667	9.447.307	76%
2009	12.815.121	11.533.609	90%
2010	13.211.465	7.134.191	54%
2011	13.620.067		

Media Ponderata 76%

	Method 1
Final sigma $\sigma_{(u,prem,lob)}$	14,68%
N(lob)	10
Standard gross factor $\sigma_{(M,prem,lob)}$	10,00%
Undertaking NP <sub>lob</sub>	93,30%
Credibility factor c	74,00%
USP - LOB <sub>1</sub>	13,29%

		SCR(1+4,MI,NR)/PREMI(1+4)
	NA	40.000
MI	SCR/PREMI	11%
	E(LR) - $\alpha=30\%$	78%
OIS <sub>5</sub>	SCR/PREMI	25%
QIS <sub>5</sub> (USP <sub>1_B</sub> )	SCR/PREMI	37%

- **Riduzione del rischio**
  - **Aggregazione dei rami**
  - **Dimensione del portafoglio**
  - **Andamento della sinistrosità attesa**
  - **Utilizzo degli USP**
  
- **In generale in riferimento al Premium Risk**
  - **il modello interno permette la valutazione del rischio effettivo cui è esposta un'impresa, ma richiede un maggior costo per la sua implementazione e una maggiore quantità di dati disponibili (numero sinistri e costo dei sinistri)**
  - **il modello standard ha una natura semplice, può essere usato da ogni Impresa, ma si fonda essenzialmente sull'ammontare dei premi di tariffa**

- [1] Alexander J. McNeil, Rudiger Frey, Paul Embrechts (2005). *Quantitative risk manager: concepts, techniques and tools*. Princeton University Press.
- [2] Alois Gisler (2009), *The Insurance Risk in the SST and in Solvency II:Modelling and Parameter Estimation*,  
[http://www.actuaries.org/ASTIN/Colloquia/Helsinki/Papers/S3\\_24\\_Gisler.pdf](http://www.actuaries.org/ASTIN/Colloquia/Helsinki/Papers/S3_24_Gisler.pdf)
- [3] CEIOPS, 2010, *QIS5 - Technical Specifications*, (pdf available on web).
- [4] Daykin C.D., T. Pentikäinen, M. Pesonen (1984). *Practical risk theory for actuaries*. London Chapman & Hall.
- [5] European Commission, 2009, *Solvency II directive*, (pdf available on web).
- [6] Forte S., Ialenti M., Pirra M. (2011). *Gli effetti della dipendenza dei rischi sul pricing di una copertura congiunta incendio e furto ed r.c.auto*. I Riunione Scientifica Sapienza Roma.
- [7] IIA (2010). *Stochastic Modeling. Theory and reality from an actuarial perspective*. Ottawa, Ontario, Canada.
- [8] L. Daboni (1989). *Lezioni di tecnica attuariale delle assicurazioni contro i danni*. LINT, Trieste.
- [9] Sandström, Arne (2006). *Solvency: models, assessment and regulation*. Chapman&Hall/CRC.
- [10] Stuart A. Klugman, Harry J. Panjer, Gordon E. Willmot (1998). *Loss Models: from data to decisions*. John Wiley & Sons.
- [11] Eiopa Report on the fifth Quantitative Impact Study (QIS5) for Solvency II